

Lecția 3 - clasa a VI-a

Evaluare

Evaluarea a fost făcută de prof. Maria Burlăciuc

Nr. Crt.	Numele și prenumele elevului	A.9	A.10	A.14	A.15	G.6	G.8	G.9	Punctaj
1.	Albu Andrada	4	3	0	2	7	2	7	25
2.	Alexandru Bianca	7	7	7	6	3	3	6	39
3.	Baroană Ioan Costin	5	3	1	1	7	7	2	26
4.	Catană Alexandru	5	7	7	3	5	6	7	40
5.	Culică Tania	-	-	-	-	-	-	-	-
6.	Georgescu Tania	-	-	-	-	-	-	-	-
7.	Hiropedi Andreas	5	1	1	3	6	4	7	27
8.	Hristu Stelian	7	7	7	7	6	1	7	42
9.	Ibadula Ella Nelin	-	-	-	-	-	-	-	-
10.	Ion Cristian	-	-	-	-	-	-	-	-
11.	Jitea Octavian	6	7	7	7	7	7	7	48
12.	Manea Mircea	-	-	-	-	-	-	-	-
13.	Marin Mircea Mihai	3	6	4	7	7	5	7	39
14.	Mărășescu Alexandru	2	6	2	3	3	1	0	17
15.	Memiş Edis	7	7	7	7	7	7	7	49
16.	Minea Alexandra	7	7	7	6	7	6	7	47
17.	Pariza Teodora	5	7	4	-	3	-	-	19
18.	Pășcălu Robert	7	7	7	7	7	7	7	49
19.	Pârvu Ioana Andreea	-	-	-	-	-	-	-	-
20.	Poșerba Dragoș	7	2	5	6	7	7	7	41
21.	Răduț Florentina	-	-	-	-	-	-	-	-
22.	Resmeriță Cristina	3	5	4	4	4	1	7	28
23.	Stan Alexandra	-	-	-	-	-	-	-	-
24.	Stoica Alexandru	-	-	-	-	-	-	-	-
25.	Tonca Tudor - Ștefan	1	4	-	4	7	7	4	27

Temă la algebră: Problemele 9, 10, 14 și 15.

9. Aflați numerele naturale a și b știind că $[a,b]$ este de 15 ori mai mare decât (a,b) și $5a+3b=150$.

(G.M. nr. 10/2012)

Soluție:

Fie $(a,b) = d \Rightarrow \exists x,y \in \mathbb{N}$ a.î. $a = dx, b = dy, (x,y) = 1$

$$\begin{cases} [a,b] = dxy \\ [a,b] = 15d \end{cases} \Rightarrow dxy = 15d \Rightarrow xy = 15 \Rightarrow (x,y) \in \{(1; 15), (3; 5), (5; 3), (15; 1)\}$$

$$x=1, y=15 \Rightarrow 5 \cdot d + 3 \cdot 15d = 150 \Rightarrow 50d = 150 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow a = 3 \text{ și } b = 45$$

$$x=3, y=5 \Rightarrow 5 \cdot 3d + 3 \cdot 5d = 150 \Rightarrow 30d = 150 \Rightarrow d = 5 \Rightarrow a = 15 \text{ și } b = 25$$

$$x=5, y=3 \Rightarrow 5 \cdot 5d + 3 \cdot 3d = 150 \Rightarrow 34d = 150 \text{ (nu convine)}$$

$$x=15, y=1 \Rightarrow 5 \cdot 15d + 3 \cdot d = 150 \Rightarrow 78d = 150 \text{ (nu convine)}$$

$$(a; b) \in \{(3; 45), (15; 25)\}$$

10. Câtuș numerelor naturale a și b este 0,4. Determinați numerele dacă:

a) $(a,b) = 20$

b) $[a,b] = 700$

Soluție:

a) $(a,b) = 20 \Rightarrow \exists x,y \in \mathbb{N}$ a.î. $a = 20x, b = 20y, (x,y) = 1$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{10} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{20x}{20y} = \frac{2}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \\ (x,y) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2 \text{ și } y = 5 \Rightarrow a = 40 \text{ și } b = 100$$

b) $[a,b] = 700 \Rightarrow \exists z,t \in \mathbb{N}^*$ a.î. $700 = a \cdot z, 700 = b \cdot t, (z,t) = 1 \Rightarrow a = \frac{700}{z}$ și $b = \frac{700}{t}$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{10} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\frac{700}{z}}{\frac{700}{t}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{700}{z} \cdot \frac{t}{700} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{t}{z} = \frac{2}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{t}{z} = \frac{2}{5} \\ (z,t) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow t = 2 \text{ și } z = 5 \Rightarrow a = \frac{700}{5} \text{ și } b = \frac{700}{2} \Rightarrow a = 140 \text{ și } b = 350$$

14. Determinați valorile naturale ale lui n pentru care $(3x+11, 5x-3) = 2^n$. (G.M. nr. 11/2011)

Soluție:

$$(3x + 11, 5x - 3) = 2^n \Rightarrow 2^n / (3x + 11) \text{ și } 2^n / (5x - 3)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^n / (3x + 11) \Rightarrow 2^n / 5(3x + 11) \\ 2^n / (5x - 3) \Rightarrow 2^n / 3(5x - 3) \\ (5,3) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2^n / (15x + 55) - (15x - 9) \Rightarrow 2^n / 15x + 55 - 15x + 9 \Rightarrow 2^n / 64$$

$$\Rightarrow 2^n \in \{2^0; 2^1; 2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^6\} \Rightarrow n \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

15. Determinați cel mai mic număr natural n, care împărțit la 5 dă restul 1, împărțit la 6 dă restul 3, împărțit la 7 dă restul 5 și împărțit la 8 dă restul 7.

Soluție:

$$\left. \begin{array}{l} n = 5c_1 + 1 \Rightarrow n + 9 = 5c_1 + 10 \Rightarrow n + 9 = 5(c_1 + 2) \Rightarrow n + 9 \in M_5 \\ n = 6c_2 + 3 \Rightarrow n + 9 = 6c_2 + 12 \Rightarrow n + 9 = 6(c_2 + 2) \Rightarrow n + 9 \in M_6 \\ n = 7c_3 + 5 \Rightarrow n + 9 = 7c_3 + 14 \Rightarrow n + 9 = 7(c_3 + 2) \Rightarrow n + 9 \in M_7 \\ n = 8c_4 + 7 \Rightarrow n + 9 = 8c_4 + 16 \Rightarrow n + 9 = 8(c_4 + 2) \Rightarrow n + 9 \in M_8 \end{array} \right\} \Rightarrow n + 9 \in M_{[5,6,7,8]}$$

Cum n este cel mai mic număr natural cu proprietățile din enunț $\Rightarrow n+9 = [5,6,7,8]$

$$n+9 = 5 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 3 \Leftrightarrow n+9 = 840 \Leftrightarrow n = 831.$$

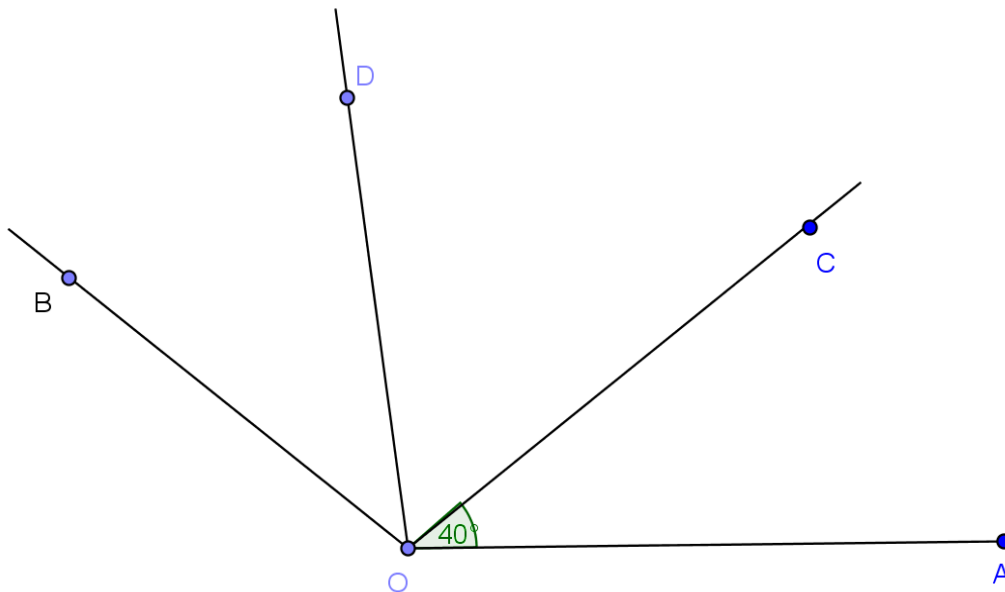
Temă la geometrie: Problemele 6, 8, și 9.

6. În interiorul unghiului AOB, cu măsura de 140° , se consideră punctele C și D astfel încât C aparține interiorului unghiului AOD. Dacă a,b,c sunt numere prime cu proprietatea că $a+10b+6c=62$, $a \cdot m(\sphericalangle COD) = b \cdot m(\sphericalangle AOC)$ și $b \cdot m(\sphericalangle BOC) = c \cdot m(\sphericalangle COD)$, aflați măsurile unghiurilor AOC, COD și DOB.

Demonstrație:

$$\left. \begin{array}{l} a + 10b + 6c = 62 \\ 10b \in M_2 \\ 6c \in M_2 \\ 62 \in M_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \in M_2 \\ a \text{ nr. prim} \end{array} \right\} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2 + 10b + 6c = 62 \Leftrightarrow 10b + 6c = 60 \Leftrightarrow 5b + 3c = 30$$

$$\left. \begin{array}{l} 5b + 3c = 30 \\ 3c \in M_3 \\ 30 \in M_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5b \in M_3 \\ (3,5) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b \in M_3 \\ b \text{ nr. prim} \end{array} \right\} \Rightarrow b = 3 \Rightarrow 15 + 3c = 30 \Leftrightarrow 3c = 15 \Leftrightarrow c = 5$$



$$2 \cdot m(\sphericalangle DOC) = 3 \cdot m(\sphericalangle AOC) \Rightarrow m(\sphericalangle AOC) = \frac{2 \cdot m(\sphericalangle DOC)}{3}$$

$$3 \cdot m(\sphericalangle BOC) = 5 \cdot m(\sphericalangle DOC) \Rightarrow m(\sphericalangle BOC) = \frac{5 \cdot m(\sphericalangle DOC)}{3}$$

$$m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOC) + m(\sphericalangle BOC) \Rightarrow \frac{2 \cdot m(\sphericalangle DOC)}{3} + \frac{5 \cdot m(\sphericalangle DOC)}{3} = 140^\circ \Leftrightarrow 7 \cdot m(\sphericalangle DOC) = 420^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle DOC) = 60^\circ$$

$$m(\sphericalangle AOC) = \frac{2 \cdot 60^\circ}{3} = 40^\circ \text{ și } m(\sphericalangle BOC) = \frac{5 \cdot 60^\circ}{3} = 100^\circ$$

$$m(\sphericalangle DOB) = m(\sphericalangle BOC) - m(\sphericalangle DOC) = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

8. Unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente cu $m(\sphericalangle AOC)=120^\circ$, $[OM$ este bisectoarea $\sphericalangle AOB$, iar $[ON_1$, $[ON_2$, $[ON_3$ sunt biseptoarele unghiurilor $\sphericalangle COB$, $\sphericalangle CON_1$ respectiv $\sphericalangle CON_2$. Dacă $m(\sphericalangle MON_3)=75^\circ$, determinați măsura unghiului dintre $[ON_2$ și semidreapta opusă semidreptei $[OA$.

Demonstrație:

$$\text{Fie } m(\sphericalangle BOC) = x^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle AOC) - m(\sphericalangle COB) = 120^\circ - x^\circ$$

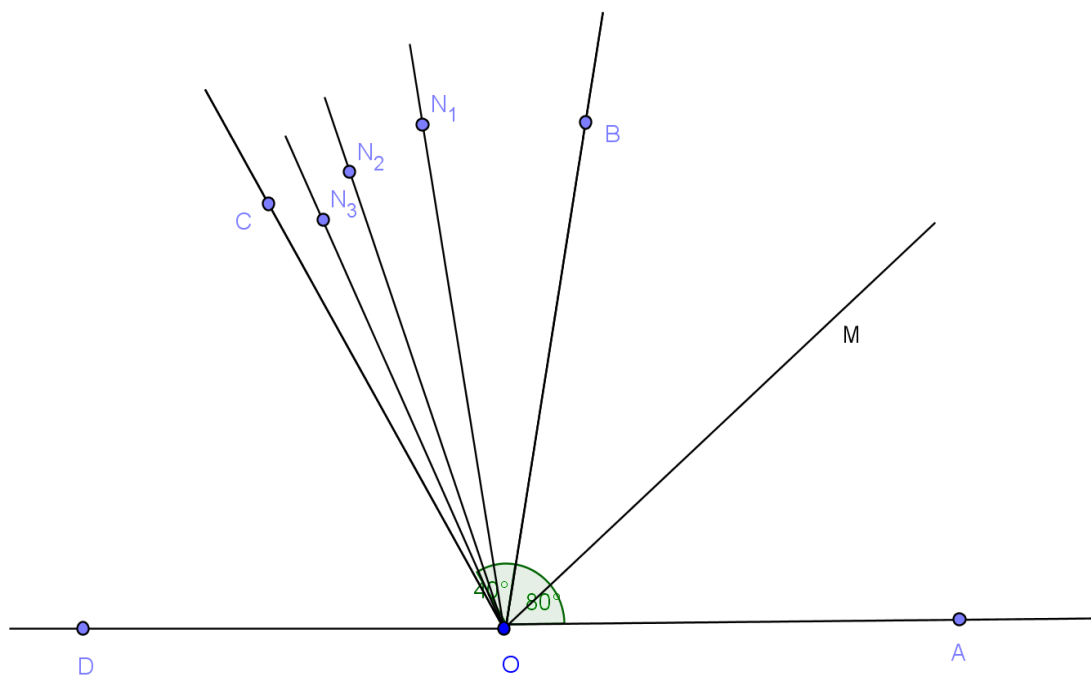
$$[OM \text{ bisectoarea } \sphericalangle AOB \Rightarrow \sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle MOB \Rightarrow m(\sphericalangle AOM) = m(\sphericalangle MOB) = \frac{m(\sphericalangle AOB)}{2} = \frac{120^\circ - x^\circ}{2}$$

$$[ON_1 \text{ bisectoarea } \sphericalangle COB \Rightarrow \sphericalangle CON_1 \equiv \sphericalangle N_1OB \Rightarrow m(\sphericalangle CON_1) = m(\sphericalangle N_1OB) = \frac{m(\sphericalangle COB)}{2} = \frac{x^\circ}{2}$$

$$[ON_2 \text{ bisectoarea } \sphericalangle CON_1 \Rightarrow \sphericalangle CON_2 \equiv \sphericalangle N_1ON_2 \Rightarrow m(\sphericalangle CON_2) = m(\sphericalangle N_1ON_2) = \frac{m(\sphericalangle CON_1)}{2} = \frac{x^\circ}{4}$$

$$[ON_3 \text{ bisectoarea } \sphericalangle CON_2 \Rightarrow \sphericalangle CON_3 \equiv \sphericalangle N_3ON_2 \Rightarrow m(\sphericalangle CON_3) = m(\sphericalangle N_3ON_2) = \frac{m(\sphericalangle CON_2)}{2} = \frac{x^\circ}{8}$$

$$m(\sphericalangle MON_3) = m(\sphericalangle MOB) + m(\sphericalangle BON_1) + m(\sphericalangle N_1ON_2) + m(\sphericalangle N_3ON_2)$$



$$\frac{120^\circ - x^\circ}{2} + \frac{x^\circ}{2} + \frac{x^\circ}{4} + \frac{x^\circ}{8} = 75^\circ \Leftrightarrow 480^\circ - 4x^\circ + 4x^\circ + 2x^\circ + x^\circ = 600^\circ \Leftrightarrow 3x^\circ = 120^\circ \Leftrightarrow x^\circ = 40^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle COB) = 40^\circ, m(\sphericalangle AOB) = 80^\circ, m(\sphericalangle BON_1) = 20^\circ, m(\sphericalangle N_1ON_2) = 10^\circ$$

$$\text{Fie } [OD \text{ opusă semidreptei } [OA \Rightarrow m(\sphericalangle AOD) = 180^\circ$$

$$m(\sphericalangle AON_2) = m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BON_1) + m(\sphericalangle N_1ON_2) = 80^\circ + 20^\circ + 10^\circ = 110^\circ$$

$$m(\sphericalangle DON_2) = m(\sphericalangle AOD) - m(\sphericalangle AON_2) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

9. Unghiurile $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle COB$ sunt adiacente suplementare, iar punctele C și D sunt de o parte și de cealaltă a dreptei AO , astfel încât $m(\sphericalangle COD) = 100^\circ$ și $m(\sphericalangle BOD) = 3 \cdot m(\sphericalangle AOC) < 180^\circ$. Aflați:
 a) Măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOC$, $\sphericalangle COB$ și $\sphericalangle BOD$. b) Măsura unghiului format de bisectoarea $\sphericalangle AOD$ și semidreapta opusă semidreptei $[OC$.

Demonstrație:

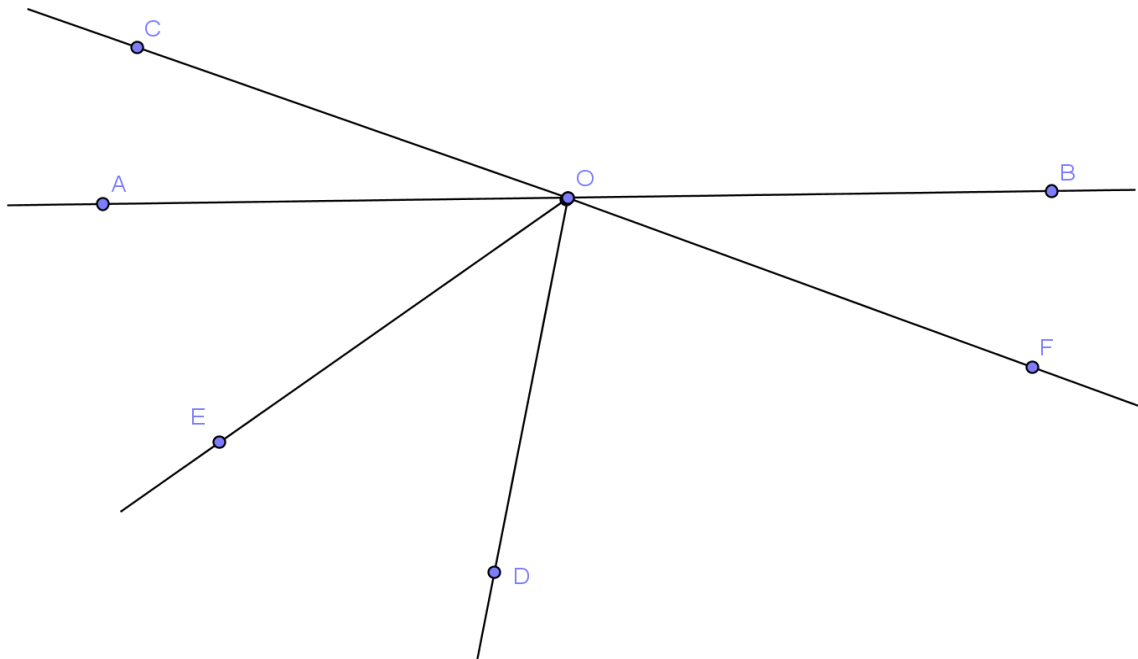
$$m(\sphericalangle AOC) + m(\sphericalangle BOC) = 180^\circ$$

$$\text{Fie } m(\sphericalangle AOC) = x^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BOD) = 3x^\circ$$

$$m(\sphericalangle AOD) = m(\sphericalangle DOC) - m(\sphericalangle AOC) = 100^\circ - x^\circ$$

$$m(\sphericalangle BOD) = m(\sphericalangle AOB) - m(\sphericalangle AOD) \Rightarrow 3x^\circ = 180^\circ - (100^\circ - x^\circ) \Rightarrow 3x^\circ = 180^\circ - 100^\circ + x^\circ$$

$$2x^\circ = 80^\circ \Rightarrow x^\circ = 40^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOC) = 40^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BOD) = 120^\circ$$



$$m(\sphericalangle BOC) = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$m(\sphericalangle AOD) = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Fie } [OE \text{ bisectoarea } \sphericalangle AOD \Rightarrow \sphericalangle AOE \equiv \sphericalangle EOD \Rightarrow m(\sphericalangle AOE) = m(\sphericalangle EOD) = \frac{m(\sphericalangle AOD)}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\text{Fie } [OF \text{ opusă semidreptei } [OC \Rightarrow m(\sphericalangle COF) = 180^\circ$$

$$m(\sphericalangle EOF) = m(\sphericalangle COF) - m(\sphericalangle AOC) - m(\sphericalangle AOE) = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$$